

论 文

数字信道下基于可靠通信的多自主体系统趋同

王梓^{①*}, 张强^③, 张纪峰^{①②}

① 中国科学院数学与系统科学研究院, 北京 100190

② 中国科学院大学数学科学学院, 北京 100049

③ 工业和信息化部国际经济技术合作中心, 北京 100846

* 通信作者. E-mail: wangzi14@mails.ucas.ac.cn

收稿日期: 2016-00-00; 接受日期: 2016-00-00; 网络出版日期: 2016-00-00

国家重点基础研究发展计划 (973) (批准号: 2014CB845301) 资助项目

摘要 本文研究了多自主体系统在数字噪声信道下的分布式趋同问题. 在数字网络中, 由信道噪声带来的估计误差会对系统的趋同产生不良影响. 针对二值对称信道的不确定性, 本文提出了一种动态可靠通信策略, 以保证实值随机信号的期望通信精度. 进而, 提出了趋同控制律, 证明在该控制律下, 量化器不饱和, 且通过选取适当的通信时间, 可以使系统实现趋同. 同时, 分析了通信的时间复杂度, 并通过数值仿真比较了可靠通信与量化通信下的趋同表现.

关键词 多个体系统 分布式控制 同步 量化信号 数字通信

1 引言

近年来, 多自主体系统的分布式估计与分布式控制受到广泛关注, 成为系统控制领域研究的热点问题^[1,2]. 该问题在多个领域都有广泛的应用, 例如集群^[3]、队形控制^[4]、分布式计算^[5]、传感器信息融合^[6,7]等. 这类问题刻画的是如何通过各自主体间的局部通信协作实现多自主体系统的整体行为. 在实际数字网络中, 通信因网络设备的局限性及网络环境不确定性而受到限制, 其中的量化效应及数字信道的噪声会严重影响多个个体系统的表现. 因此, 在数字通信下多自主体系统的趋同性控制是具有重要实际应用价值和理论研究意义的问题^[8].

目前已有不少工作研究了量化通信的情形, 其中, 文献^[9~11]研究了无限阶均匀量化器下的趋同问题, 证明了趋同稳态误差的有界性. 文献^[12,13]中假设量化误差为白噪声, 采用了分布式随机逼近的算法来实现平均趋同. 文献^[14,15]基于无限阶对数量化器, 研究了系统的分布式趋同问题. 对于有限带宽的情形, 文献^[16]提出了尺度变换函数, 通过应用动态编解码策略使得有限阶量化器不饱和. 文献^[17]在控制律中应用了衰减尺度函数从而使得系统可以在有限带宽下实现精确趋同. 之后, 在有限带宽下, 对于高阶系统^[18]、时变拓扑^[19,20]以及延时效应^[21]下的趋同问题也都得到了很好的研究.

以上工作, 均是对量化效应下的趋同问题进行的研究. 而数字噪声信道下的通信不仅包含了量化效应, 还包含有随机噪声、动态编解码以及时延等多种因素, 单纯的量化通信策略无法应对这样的复

引用格式: 王梓, 张强, 张纪峰. 数字信道下基于可靠通信的多自主体系统趋同. 中国科学: 信息科学, 2016, 46: 1-14, doi: 10.1360/N112016-00161

杂性,因而我们需要更可靠的通信策略来解决信道通信的不确定性问题.在数字噪声信道的研究中,二值删除信道(BEC)与二值对称信道(BSC)是两类最基础的理论模型.文献[22]设计了BEC信道下的信道编解码策略,并证明了此策略下的估计是收敛的,但收敛速率与随机信号的分布有关.基于此结果,文献[23]对于BEC下的分布式平均问题给出了收敛的算法.而对于BSC下的分布式控制问题,目前尚未得到广泛关注.与BEC不同,BSC模型在多种网络结构中应用更广泛,特别是在无线网络中,另外BSC因信号传输中会发生错误,其可靠性比BEC更差,理论分析也更为复杂.在BSC下的多自主体系统中,因自主体的状态的分布随时间变化,从而设计出一个能保证估计一致收敛的通信策略也更为困难.

针对此问题,本文提出了动态可靠通信策略,它包含有限阶均匀量化器、树型结构信源编码器以及类似[24]中的信道编解码策略,并且证明了只要输入信号关于量化器不饱和,则状态估计误差一致收敛于0.我们也提出了基于此策略的分布式控制律,并证明了在此控制律下,无论通信时间如何选取,自主体的状态都关于量化器不饱和.进一步,在此控制律下,对于递增通信时间的动态通信策略,证明了系统可以实现趋同.另外,我们也给出了算法的时间复杂度分析,说明了可以通过适当选取通信策略参数来使得收敛时间更短.在最后,本文通过数值模拟对可靠通信策略与一般量化通信策略下多个个体系统趋同的表现进行了比较.

本文其余部分组织如下.第2节,引入基本概念并描述本文要研究的问题.第3节设计通信策略与控制律,分析闭环系统收敛性并讨论了时间复杂度.第4节应用一个数值实例对本文的结论进行验证.最后,在第5节对本文进行了总结并讨论了下一步的研究方向.

2 问题描述

2.1 图论基本概念

考虑一个由 N 个自主体构成的多自主体网络.我们用无向图 $\mathcal{G} = \{\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A}\}$ 来表示个体间的数字通信网络.其中 $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, N\}$ 为顶点集,顶点 $i \in \mathcal{V}$ 表示自主体 i ; $\mathcal{E} \subset \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 表示 \mathcal{G} 的边集,其中 $(i, j) \in \mathcal{E}$ 当且仅当从 i 到 j 及从 j 到 i 之间都有通信; $\mathcal{A} = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 为 \mathcal{G} 的邻接矩阵,其中 $a_{ij} = 1$ 当且仅当 $(i, j) \in \mathcal{E}$,否则 $a_{ij} = 0$.本文假设 $a_{ii} = 0, i = 1, \dots, N$.因为图 \mathcal{G} 是无向图,故 \mathcal{A} 是对称矩阵.

自主体 i 的邻居集定义为 $N_i = \{j \in \mathcal{V} : a_{ij} = 1\}$. N_i 的基数被称为 i 的度,记为 d_i .令 $\mathcal{D} = \text{diag}\{d_1, \dots, d_N\}$,则 \mathcal{G} 的Laplace矩阵定义为 $\mathcal{L} = \mathcal{D} - \mathcal{A}$.可知 $0 = \lambda_1(\mathcal{L}_{\mathcal{G}}) \leq \lambda_2(\mathcal{L}_{\mathcal{G}}) \leq \dots \leq \lambda_N(\mathcal{L}_{\mathcal{G}})$,其中 $\lambda_2(\mathcal{L}_{\mathcal{G}})$ 被称为 \mathcal{G} 的代数连通度.

2.2 数字噪声信道

在本文中,自主体间的通信信道都是数字噪声信道.即若 $(i, j) \in \mathcal{E}$,则 i 与 j 之间通信传输的内容都是0或1,且通信的噪声会导致信号错误.我们用经典的BSC来描述该数字噪声信道.

BSC.若个体 i 到个体 j 之间的通信信道为BSC信道,则在时刻 $t = k\Delta, k = 0, 1, 2, \dots$,发送者 i 都会向接收者 j 发送一个二值信号 $a_i^j(t) \in \{0, 1\}$,其中 Δ 为通信间隔.我们假设信号是瞬间通过信道

的, 即在发送的同时, 个体 j 会收到一个可能有错误的信号 $b_i^j(t) \in \{0, 1\}$, 且满足

$$b_i^j(t) = \begin{cases} 1 - a_i^j(t), & \text{概率为 } \epsilon, \\ a_i^j(t), & \text{概率为 } 1 - \epsilon, \end{cases} \quad (1)$$

其中 ϵ 表示误码率, 即信号通过信道变为错误信号的概率. 我们总假设 BSC 信道是无记忆的, 即在条件 $a_i^j(t)$ 下, $b_i^j(t)$ 与 $\{a_i(s), b_i^j(s) : 1 \leq s < t\}$ 都是条件独立的.

2.3 可靠通信

在分布式趋同问题中, 数字噪声信道 BSC 下的通信并不可靠, 因此我们需要采用可靠的通信技术来对传输的信息进行再编码, 并在接受端将其解码为较准确的信息. 可靠通信策略包含量化器、信源编码和信道编码.

量化器. 量化器 $\mathcal{Q}_{2^l}(\cdot)$ 是指映射:

$$\mathcal{Q}_{2^l}(\cdot) : \mathbb{R} \rightarrow \Gamma,$$

它将实值向量映到量化集 Γ 中. 量化器的阶数 2^l 等于集合 Γ 的基数.

信源编码. 信源编码 \mathcal{T}_l 是指映射:

$$\mathcal{T}_l : \Gamma \rightarrow \{0, 1\}^l,$$

它将量化值一一对应地映为 0-1 序列, 最经典的信源编码即是将量化值映为其二进制展开.

信道编码与解码. 在数字噪声信道下, 为了保障可靠通信, 需要先对信源编码得到的二值序列进行再次编码, 即信道编码, 之后再传输. 信道编码是指映射

$$\mathcal{E}_t : \{0, 1\}^l \rightarrow \{0, 1\}^t,$$

它将一列长度为 l 的 0-1 序列 (w_1, \dots, w_l) 再次编码为一列长度为 t 的 0-1 序列 (y_1, \dots, y_t) . 发射端将序列 (y_1, \dots, y_t) 输入数字噪声信道, 接收端收到噪声干扰的序列 (z_1, \dots, z_t) , 其中 $z_i \in \{0, 1\}$. 信道解码是指映射

$$\mathcal{D}_t : \mathcal{Z}^t \rightarrow \{0, 1\}^l,$$

它将序列 (z_1, \dots, z_t) 解码为序列 $(\hat{w}_1, \dots, \hat{w}_l)$.

完整的通信过程可表示如下:

$$\begin{aligned} \mathbb{R} &\xrightarrow{\mathcal{Q}_{2^l}} \Gamma \xrightarrow{\mathcal{T}_l} \{0, 1\}^l \xrightarrow{\mathcal{E}_t} \{0, 1\}^t \xrightarrow{\text{BSC}} \mathcal{Z}^t \xrightarrow{\mathcal{D}_t} \{0, 1\}^l \xrightarrow{\mathcal{T}_l^{-1}} \Gamma, \\ x &\longrightarrow \tilde{x} \longrightarrow (w_s)_{s=1}^l \longrightarrow (y_s)_{s=1}^t \longrightarrow (z_s)_{s=1}^t \longrightarrow (\hat{w}_s(t))_{s=1}^l \longrightarrow \hat{x}_t. \end{aligned} \quad (2)$$

2.4 问题描述

本文讨论含有 N 个自主体的多自主体网络在数字噪声信道 BSC 下的分布式趋同问题. 其中每个个体的动态方程为

$$x_i(k+1) = x_i(k) + u_i(k), \quad (3)$$

$k = 0, 1, \dots, i = 1, \dots, N$, 其中 $x_i(k) \in \mathbb{R}$ 表示个体 i 在第 k 次控制后的状态, $u_i(k) \in \mathbb{R}$ 表示个体 i 第 k 次控制的值. 令 t_k 表示所有个体进行第 k 次控制的时间, $k = 0, 1, \dots$, 并有 $t_0 = 0, t_{k+1} = t_k + s_k$, 其中 $s_k > 0$ 表示 k 与 $k+1$ 次控制的时间间隔.

我们假设网络拓扑为连通无向图 $\mathcal{G} = \{\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A}\}$, 且每对相邻个体间应用数字噪声信道进行通信. 个体间的通信以如下形式进行: 个体 i 在 t_k 时刻将更新的状态 $x_i(k)$ 编码为二值序列 $(y_1, y_2, \dots, y_{l_k})$, 其中 $l_k \leq \frac{s_k}{\Delta}$, 而在 $t = t_k + m\Delta$ 时刻, $m = 0, 1, \dots, l_k - 1$, 个体 i 向其邻居 j 发送二值 y_{m+1} , 与此同时, j 接收到信号 $z_{m+1} \in \mathcal{Z}$, 并记录在 j 的解码器中. 在 $t = t_k + (l_k - 1)\Delta$ 时刻, j 将记录的序列 $(z_1, z_2, \dots, z_{l_k})$ 解码为对 $x_i(k)$ 的估计值 $\hat{x}_{ij}(k)$.

我们需要找到适当的可靠通信策略并设计分布式控制律 $u_i(t)$, 使得对于每个个体 i ($i \in \mathcal{V}$), 都能应用局部信息, 来使系统达到如下意义的趋同:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E|x_i(t) - x_j(t)|^2 = 0, \quad \forall i, j. \quad (4)$$

3 主要结果

本节针对上述问题, 设计了可靠通信策略的量化器、信源编码器及信道编解码器, 并证明了在 BSC 信道通信中应用该通信策略状态估计的收敛性, 并且说明了此收敛速率与信号的分布无关. 同时提出了基于上述通信策略的分布式控制律, 证明了在该通信策略及控制律下, 系统的状态关于量化器不饱和. 进一步, 证明了通过选取通信时间可以使系统达到稳态误差或实现精确趋同, 给出了时间复杂度的分析.

3.1 通信策略设计

在多个体系统中, 每个个体的状态 $\{x_i(k), k = 0, 1, \dots\}$ 是一列分布不同且相依的随机变量. 为了保证估计误差的一致收敛, 我们首先采用有限阶均匀量化器, 其中量化集为

$$\Gamma_{C,m} = \left\{ -C + \frac{2iC}{m} \mid i = 0, \dots, m-1 \right\},$$

量化阶数为 m . 对应的量化器 $\mathcal{Q}_{C,m}(\cdot)$ 为

$$\mathcal{Q}_{C,m}(x) = \begin{cases} -C, & x < -C, \\ -C + \frac{2iC}{m}, & -C + \frac{2iC}{m} \leq x < -C + \frac{2(i+1)C}{m}, \quad i = 0, 1, \dots, m-1, \\ C - \frac{2C}{m}, & x \geq C - \frac{2C}{m}, \end{cases} \quad (5)$$

则可以得到

$$E|x - \mathcal{Q}_{C,2^l}(x)|^2 \leq 4C^2 2^{-2l}. \quad (6)$$

注1 在文献 [22, 24] 中, 信号过程都假设为一列同分布的随机变量, 所以量化器可以根据其分布来选取从而使得量化误差最小. 然而, 在分布式趋同问题中, 不同自主体在不同时间的状态分布都不同, 所以需要特别指定有限阶均匀量化器, 它虽然不是最优的量化器却能使量化误差一致地小.

之后, 我们考虑树型结构信源编码 [25]:

$$T_{l,C}(x) : \Gamma_{C,2^l} \rightarrow \{0, 1\}^l.$$

为了保证可靠通信, 采用类似文献 [22, 24] 的信道编解码器. 给定重复指数 q 以及由树型编码得到的二值序列 $\{w_1, \dots, w_{m_t}\}$, 信道编码可由如下方式定义:

$$\mathcal{E}_{t,q}(\{w_1, \dots, w_{m_t}\}) = (\{y_1, \dots, y_t\}), \quad (7)$$

其中 $\{y_1, \dots, y_t\}$ 是无穷序列

$$\{w_1, \dots, w_{\lceil q \rceil}, w_1, \dots, w_{\lceil 2q \rceil}, w_1, \dots, w_{\lceil 3q \rceil}, w_1, \dots\}$$

的前 t 项. 我们定义 $\{j_1, \dots, j_t\}$ 为 $w_{j_l} = y_l$, $l = 1, 2, \dots, t$, 并令 $m_t := \max\{j_1, \dots, j_t\}$. 将 $\{y_1, \dots, y_t\}$ 输入后, 信道输出为 $\{z_1, \dots, z_t\}$, 信道解码定义为

$$\mathcal{D}_{t,q}(\{z_1, \dots, z_t\}) = (\{\hat{w}_1, \dots, \hat{w}_{m_t}\}), \quad (8)$$

其中 $(\hat{w}_j)_{j=1}^{m_t} \in \{0, 1\}^{m_t}$ 由如下方式给出: 对于所有 j ,

$$\hat{w}_j = \begin{cases} 1, & \text{若 } \frac{\sum_{j_l=j} y_l}{\sum_{j_l=j} 1} \geq \frac{1}{2}, \\ 0, & \text{若 } \frac{\sum_{j_l=j} y_l}{\sum_{j_l=j} 1} < \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (9)$$

由此我们将 BSC 上可靠通信策略定义为

$$\mathcal{S}_{C,t} = (Q_{C,t}, \mathcal{T}_{m_t}, \mathcal{E}_{t,q}, \mathcal{D}_{t,q}, \mathcal{T}_{m_t}^{-1}),$$

并且可以得到如下引理.

引理 1 在 BSC 信道下, 应用可靠通信策略 $\mathcal{S}_{C,t}$, 若输入信号 $X \in \mathbb{R}^d$ 满足 $\|X\|_\infty \leq C$ a.s., 则得到的估计值 \hat{X} 满足 $\|\hat{X}\|_\infty \leq C$ a.s., 且

$$E\|X - \hat{X}\|_2^2 \leq \tilde{p}(t)2^{-\tilde{\beta}t^{\frac{1}{2}}},$$

其中,

- (i) 若 $q < \frac{D(\frac{1}{2}\|\epsilon\|)d}{2}$, $\beta = \frac{2\sqrt{2q}}{d}p(t) = 4C^2d2^{\frac{q+2}{d}}(C(\frac{1}{2}, \epsilon)\sqrt{2qt} + 1)$,
- (ii) 若 $q = \frac{D(\frac{1}{2}\|\epsilon\|)d}{2}$, $\beta = \frac{2\sqrt{2q}}{d}p(t) = 4C^2d2^{\frac{q+2}{2q}}(C(\frac{1}{2}, \epsilon)\sqrt{2qt} + 1)$,
- (iii) 若 $q > \frac{D(\frac{1}{2}\|\epsilon\|)d}{2}$,

$$\begin{aligned} \beta &= -D\left(\frac{1}{2}\|\epsilon\|\right)\sqrt{\frac{2}{q}}p(t) = 4C^2d2^{\frac{q+2}{2q}}\left(\frac{C(\frac{1}{2}, \epsilon)}{1 - 2^{\frac{D(\frac{1}{2}\|\epsilon\|)d}{q} - \frac{2}{d}}} + 1\right)C(\delta, \epsilon) \\ &= \sqrt{\frac{\delta}{2\pi(1-\delta)}\frac{1-\epsilon}{\delta-\epsilon}}D(\delta\|\epsilon\|) = \delta \log \frac{\delta}{\epsilon} + (1-\delta) \log \frac{1-\delta}{1-\epsilon}. \end{aligned}$$

证明 令 $v_j = |\{1 \leq \tau \leq t | j(\tau) = j\}|$, 则若 $j > m_t$, $v_j = 0$. 对于 $j = 0, 1, \dots, m_t$, 考虑事件 $A_j = \{\hat{w}_1 = w_1, \dots, \hat{w}_j = w_j\}$, 令 $B_j = A_j - A_{j+1}$. 可以观察到 B_j 是两两无交的, 且有 $\mathbb{P}((\cup_{j=0}^{m_t-1} B_j) \cup A_{m_t}) = 1$. 因此

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(B_j) &\leq \mathbb{P}(\{\hat{w}_{j+1} \neq w_{j+1}\}) = \mathbb{P}\left(\left\{\frac{\sum_{j_l=j,y_l \neq z_l} 1}{\sum_{j_l=j} 1}\right\}\right) \\ &\leq \sum_{n=\lceil \frac{N}{2} \rceil}^N \binom{N}{n} \epsilon^n (1-\epsilon)^{N-n} \leq C\left(\frac{1}{2}, \epsilon\right) 2^{-v_{j+1}D(\frac{1}{2}\|\epsilon\|)}. \end{aligned}$$

注意到在事件 A_j 下, $E\|X - \mathcal{S}_{j,C}^{-1}(\mathcal{S}_{j,C}(X))\|_2^2 \leq 4C^2 d 2^{-\frac{2j}{d}}$. 我们假设 $m_t = \lceil kq \rceil$, 同时有 $v_j \geq k - \frac{j}{q}$, 因此有

$$E\|X - \hat{X}\|_2^2 = \sum_{i=0}^{\lceil kq \rceil - 1} E[\|X - \hat{X}\|_2^2 | B_j] \mathbb{P}(B_j) + E[\|X - \hat{X}\|_2^2 | A_{\lceil kq \rceil}] \mathbb{P}(A_{\lceil kq \rceil}) \quad (10)$$

$$\leq \sum_{i=0}^{\lceil kq \rceil - 1} 4C^2 d C\left(\frac{1}{2}, \epsilon\right) 2^{-\frac{2i}{d} - Dv_{i+1}} + \frac{4C^2 d}{2^{\frac{2kq}{d}}} \quad (11)$$

$$\leq \sum_{i=0}^{\lceil kq \rceil - 1} 4C^2 d C\left(\frac{1}{2}, \epsilon\right) 2^{-\frac{2i}{d} - D(k - \frac{i}{q})} + \frac{4C^2 d}{2^{\frac{2kq}{d}}}. \quad (12)$$

因为 $t = \sum_{j=1}^k \lceil jq \rceil \leq \sum_{j=1}^k (jq + 1) = \frac{q}{2}k^2 + \frac{q+2}{2}k$, 故有 $k > \sqrt{\frac{2t}{q}} - \frac{q+2}{2q}$. 同时, $t = \sum_{j=1}^k \lceil jq \rceil \geq \sum_{j=1}^k jq = \frac{k(k+1)q}{2}$, 所以 $\lceil kq \rceil \leq \sqrt{2qt}$.

(i) 若 $q < \frac{dD(\frac{1}{2}\|\epsilon)}{2}$, 则由式 (10),

$$\begin{aligned} E\|X - \hat{X}\|_2^2 &\leq \sum_{i=0}^{\lceil kq \rceil - 1} 4C^2 d C\left(\frac{1}{2}, \epsilon\right) 2^{-\frac{2i}{d} - \frac{2(qk-i)}{d}} + \frac{4C^2 d}{2^{\frac{2kq}{d}}} \\ &= 4C^2 d \left(C\left(\frac{1}{2}, \epsilon\right) + 1 \right) \frac{1}{2^{\frac{2kq}{d}}} \\ &\leq 4C^2 d 2^{\frac{q+2}{d}} \left(C\left(\frac{1}{2}, \epsilon\right) \sqrt{2qt} + 1 \right) 2^{-\frac{2\sqrt{2qt}}{d}}, \end{aligned}$$

(ii) 若 $q = \frac{dD(\frac{1}{2}\|\epsilon)}{2}$, 则由式 (10),

$$\begin{aligned} E\|X - \hat{X}\|_2^2 &\leq 4C^2 d C\left(\frac{1}{2}, \epsilon\right) \frac{\lceil kq \rceil}{2^{D(\frac{1}{2}\|\epsilon)k}} + \frac{4C^2 d}{2^{\frac{2kq}{d}}} \\ &= 4C^2 d \left(C\left(\frac{1}{2}, \epsilon\right) \lceil kq \rceil + 1 \right) \frac{1}{2^{D(\frac{1}{2}\|\epsilon)k}} \\ &\leq 4C^2 d \left(C\left(\frac{1}{2}, \epsilon\right) \sqrt{2qt} + 1 \right) 2^{\frac{q+2}{2q}} 2^{-D(\frac{1}{2}\|\epsilon)\sqrt{\frac{2t}{q}}}, \end{aligned}$$

(iii) 若 $q > \frac{dD(\frac{1}{2}\|\epsilon)}{2}$, 则由式 (10),

$$\begin{aligned} E\|X - \hat{X}\|_2^2 &\leq \frac{4C^2 d C(\frac{1}{2}, \epsilon)}{2^{D(\frac{1}{2}\|\epsilon)k}} - \frac{1}{1 - 2^{\frac{D}{q} - \frac{2}{d}}} + \frac{4C^2 d}{2^{\frac{2kq}{d}}} \\ &\leq 4C^2 d 2^{\frac{q+2}{2q}} \left(\frac{C(\frac{1}{2}, \epsilon)}{1 - 2^{\frac{D}{q} - \frac{2}{d}}} + 1 \right) 2^{-D(\frac{1}{2}\|\epsilon)\sqrt{\frac{2t}{q}}}. \end{aligned}$$

注2 从定义可看出, q 越小则重复程度越高, 通信就越可靠, 但蕴含的信息量 m_t 也越小. q 越大则蕴含的信息量越大但可靠性较低, 而上述引理则给出了在错误概率为 ϵ 的 BSC 信道下, 不同 q 取值对估计误差的影响: 若 q 过小, 则信源编码的量化阶数很小, 从而导致了较大的量化误差; 若 q 过大, 则信道编码中每个信息的重复次数太少, 会因通信不可靠导致较大的噪声误差. 故应依据对实际估计误差的要求来选取适当大小的 q . 注意到, 若 $q = \infty$, 则信道编码不再重复, 信道传输的二值序列就是信源编码得到的序列. 在可靠通信策略中, 我们总假设 q 是有限的.

3.2 控制律设计

我们采用如下形式的趋同控制律

$$u_i(t) = h \sum_{j=1}^N a_{ij}(\hat{x}_{ji}(k) - x_i(k)). \quad (13)$$

将控制律 (13) 代入系统 (3), 有

$$\begin{aligned} x_i(k+1) &= x_i(k) + h \sum_{j=1}^N a_{ij}(\hat{x}_{ji}(k) - x_i(k)) \\ &= x_i(k) + h \sum_{j=1}^N a_{ij}(x_j(k) - x_i(k)) + h \sum_{j=1}^N a_{ij}(\hat{x}_{ji}(k) - x_j(k)) \\ &= x_i(k) + h \sum_{j=1}^N a_{ij}(x_j(k) - x_i(k)) - h \sum_{j=1}^N a_{ij}e_{ji}(k), \end{aligned} \quad (14)$$

其中

$$e_{ij}(k) = \begin{cases} x_i(k) - \hat{x}_{ij}(k), & \text{if } a_{ij} = 1, \\ 0, & \text{if } a_{ij} = 0. \end{cases} \quad (15)$$

令

$$X(k) = [x_1(k), \dots, x_N(k)]^T, \quad e(k) = [e_{ij}(k)], \quad \mathbf{1} = [1, \dots, 1]^T.$$

可将系统 (14) 改写为

$$X(k+1) = (I - h\mathcal{L})X(k) - h\mathcal{A} \odot e^T(k)\mathbf{1}. \quad (16)$$

3.3 闭环系统分析

本小节将给出系统 (3) 在控制律 (13) 及动态通信策略 $\{\mathcal{S}_{C, \frac{s_k}{\Delta}}\}_k$ 下的闭环收敛性分析. 首先, 给出 3 条假设:

- (A1) \mathcal{G} 是连通无向图.
- (A2) 初值 $\|X(0)\|_\infty \leq C$.
- (A3) $h < \frac{1}{2d^*}$.

为了证明自主体的状态总是关于量化器不饱和的, 我们证明了如下引理:

引理2 一阶系统 (3) 在通信拓扑 \mathcal{G} 及在 BSC 信道下, 若满足假设 (A1)~(A3) 并采用动态可靠通信策略 $\{\mathcal{S}_{C, \frac{s_k}{\Delta}}\}_k$ 及控制律 $U(k)$, 则对任意自主体 $i = 1, \dots, N$ 在任意迭代次数后, 其状态都关于 $\{\mathcal{S}_{C, \frac{s_k}{\Delta}}\}_k$ 几乎处处不饱和, 即

$$|x(k)| \leq C \text{ a.e.} \quad (17)$$

证明 归纳法. 若对 $k \leq n$ 时, 都有 $|x(k)| \leq C$ a.s., 则根据引理 1, 对于任意 i, j, k , 都有 $-C \leq x_i(k) \leq C$ a.s., $-C \leq \hat{x}_{ji} \leq C$ a.s.. 又因 $h < \frac{1}{d^*}$, 故

$$x_i(k+1) = x_i(k) + h \sum_{j=1}^N a_{ij}(\hat{x}_{ji}(k) - x_i(k))$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(1 - h \sum_{j=1}^N a_{ij}\right) x_i(k) + h \sum_{j=1}^N a_{ij} \hat{x}_{ji}(k) \\
 &\leq \left(1 - h \sum_{j=1}^N a_{ij}\right) C + h \sum_{j=1}^N a_{ij} C \\
 &= C \quad \text{a.s.}
 \end{aligned} \tag{18}$$

且

$$\begin{aligned}
 x_i(k+1) &= x_i(k) + h \sum_{j=1}^N a_{ij} (\hat{x}_{ji}(k) - x_i(k)) \\
 &= \left(1 - h \sum_{j=1}^N a_{ij}\right) x_i(k) + h \sum_{j=1}^N a_{ij} \hat{x}_{ji}(k) \\
 &\geq \left(1 - h \sum_{j=1}^N a_{ij}\right) (-C) + h \sum_{j=1}^N a_{ij} (-C) \\
 &= -C \quad \text{a.s.}
 \end{aligned} \tag{19}$$

注3 动态可靠通信策略 $\{\mathcal{S}_{C, \frac{s_k}{\Delta}}\}_k$ 及控制律 (13) 保证了系统状态的不饱和, 无论通信时间 s_k 如何选取. 这个性质保证了估计误差的一致收敛性. 因此可以通过选择递增的通信时间 s_k 来使得对邻居自主体状态的估计一致收敛于真值.

从而, 得到了关于闭环收敛性的定理.

定理1 一阶系统 (3) 在通信拓扑 \mathcal{G} 及在 BSC 信道下, 若满足假设 (A1)~(A3) 并采用动态可靠通信策略 $\{\mathcal{S}_{C, \frac{s_k}{\Delta}}\}_k$ 及控制律 $U(k)$, 则有

(i) 当 $\frac{s_k}{\Delta} = L$ 时, 则系统的同步稳态误差为

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E^{\frac{1}{2}} \left\| X(k) - \frac{\sum_{i=1}^N x_i(k)}{N} \mathbf{1} \right\|_2^2 \leq \frac{\sqrt{N} d^* h}{1 - \rho} \sqrt{p(L)} 2^{-\frac{\beta L}{2}}, \tag{20}$$

(ii) 当 $\frac{s_k}{\Delta} \geq Lk^\alpha$, $\alpha > 0$ 时, 则系统可实现同步. 另外, 若 $\frac{s_k}{\Delta} = Lk^2$, 且 $2^{-\frac{\beta L}{2}} < \rho$, 则有收敛速率

$$r_{\text{asym}} = \sup_{\delta_0 \neq 0} \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{E^{\frac{1}{2}} \left\| X(k) - \frac{\sum_{i=1}^N x_i(k)}{N} \mathbf{1} \right\|_2^2}{E^{\frac{1}{2}} \left\| X(0) - \frac{\sum_{i=1}^N x_i(0)}{N} \mathbf{1} \right\|_2^2} \right)^{\frac{1}{k}} \leq \rho. \tag{21}$$

证明 首先, 由式 (3) 有

$$\bar{x}(k+1) = \frac{1}{N} \mathbf{1}^T X(k+1) = \frac{1}{N} \mathbf{1}^T [(I - h\mathcal{L})X(k) - \frac{1}{N} \mathbf{1}^T h\mathcal{A} \odot e^T(k)], \tag{22}$$

故

$$\delta(k+1) = (I - h\mathcal{L})\delta(k) - h\mathcal{A} \odot e^T(k) \mathbf{1} + \frac{h}{N} \mathbf{1} \mathbf{1}^T \mathcal{A} \odot e^T(k) \mathbf{1}. \tag{23}$$

令 $T = [\frac{1}{\sqrt{N}} \mathbf{1}, \phi_2, \dots, \phi_N]$ 为 Laplace 矩阵 \mathcal{L} 对应的酉矩阵, 满足 $\mathcal{L}\phi_i = \lambda_i \phi_i$, $i = 2, \dots, N$. 因此有 $T^T \mathcal{L} T = \text{diag}\{0, \lambda_2, \dots, \lambda_N\}$. 对 $\delta(k)$ 作坐标变换, 则有 $\tilde{\delta}(k) = T^T \delta(k)$, 其中 $\tilde{\delta}(k) = [\tilde{\delta}_1^T(k), \tilde{\delta}_2^T(k)]^T$,

$\tilde{\delta}_1^T(k) = \frac{1}{\sqrt{N}}\mathbf{1}^T\delta(k) = 0$. 因此有

$$\tilde{\delta}(k+1) = [I - h\text{diag}(0, \lambda_2, \dots, \lambda_N)]\tilde{\delta}(k) - hT^T\mathcal{A} \odot e^T(k)\mathbf{1} + \frac{h}{N}T^T\mathbf{1}\mathbf{1}^T\mathcal{A} \odot e^T(k)\mathbf{1}. \quad (24)$$

因为

$$\|\delta(k)\| = \|\tilde{\delta}(k)\| = \|\tilde{\delta}_2(k)\|, \quad (25)$$

则为证式 (3) 的趋同性, 只需证明 $E\|\tilde{\delta}_2(k)\|$ 收敛于 0. 由式 (24), 可得

$$\tilde{\delta}_2(k+1) = [I - h\text{diag}(\lambda_2, \dots, \lambda_N)]\tilde{\delta}_2(k) - h\Phi T^T\mathcal{A} \odot e^T(k)\mathbf{1} + \frac{h}{N}\Phi T^T\mathbf{1}\mathbf{1}^T\mathcal{A} \odot e^T(k)\mathbf{1}, \quad (26)$$

其中 $\Phi = [\phi_2, \dots, \phi_N]$. 将矩阵 $[I - h\text{diag}(\lambda_2, \dots, \lambda_N)]$ 记作 P_h , 则由式 (24) 反复迭代可得

$$\tilde{\delta}_2(k+1) = P_h^{k+1}\tilde{\delta}_2(0) + h\sum_{j=0}^k P_h^{k-j}\Phi T^T\left(-\mathcal{A} \odot e^T(k)\mathbf{1} + \frac{1}{N}\mathbf{1}\mathbf{1}^T\mathcal{A} \odot e^T(k)\mathbf{1}\right). \quad (27)$$

令 $\rho = 1 - h\lambda_2$, 则由文献 [26] 中的 Minkovski 不等式, 可得

$$E^{\frac{1}{2}}\|\tilde{\delta}_2(k+1)\|^2 \leq \rho^{k+1}\|\delta(0)\| + h\sum_{j=0}^k \rho^{k-j}E^{\frac{1}{2}}\left\|-\mathcal{A} \odot e^T(k)\mathbf{1} + \frac{1}{N}\mathbf{1}\mathbf{1}^T\mathcal{A} \odot e^T(k)\mathbf{1}\right\|^2. \quad (28)$$

令 $\Delta(k) = \max_{i,j} E^{\frac{1}{2}}|e_{ij}(k)|^2$, 由 Minkovski 不等式可得

$$\begin{aligned} & E\left\|-\mathcal{A} \odot e^T(k)\mathbf{1} + \frac{1}{N}\mathbf{1}\mathbf{1}^T\mathcal{A} \odot e^T(k)\mathbf{1}\right\|^2 \\ &= E\|\mathcal{A} \odot e^T(k)\mathbf{1}\|^2 - NE\left\|\frac{1}{N}\mathbf{1}\mathbf{1}^T\mathcal{A} \odot e^T(k)\mathbf{1}\right\|^2 \\ &\leq E\|\mathcal{A} \odot e^T(k)\mathbf{1}\|^2 \\ &\leq Nd^{*2}\Delta^2(k). \end{aligned} \quad (29)$$

将式 (29) 代入式 (28) 中, 可得到

$$E^{\frac{1}{2}}\|\tilde{\delta}_2(k+1)\|^2 \leq \rho^{k+1}\|\delta(0)\| + \sqrt{Nd^*}h\sum_{j=0}^k \rho^{k-j}\Delta(j). \quad (30)$$

(1) 若对任意 k , $s_k = L\Delta$, 故由引理 1 可得

$$\Delta(k) \leq \sqrt{p(L)}2^{-\frac{\beta L^{\frac{1}{2}}}{2}}, \quad (31)$$

则由式 (25), (30) 以及 (31) 可得

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E^{\frac{1}{2}}\|\delta(k)\|^2 = \lim_{k \rightarrow \infty} E^{\frac{1}{2}}\|\tilde{\delta}_2(k)\|^2 \leq \frac{\sqrt{Nd^*}h}{1-\rho}\sqrt{p(L)}2^{-\frac{\beta L^{\frac{1}{2}}}{2}}. \quad (32)$$

(2) 若 $s_k = Lk^\alpha\Delta$, 故由引理 1 可得

$$\Delta(k) \leq \sqrt{p(Lk^\alpha)}2^{-\frac{\beta(Lk^\alpha)^{\frac{1}{2}}}{2}}, \quad (33)$$

则由式 (25), (30) 和 (33) 可知 $\lim_{k \rightarrow \infty} E^{\frac{1}{2}} \|\delta(k)\|^2 = 0$.

(3) 若 $\frac{s_k}{\Delta} = Lk^2$, 且 $2^{-\frac{\beta L}{2}} < \rho$, 则可取 λ 满足 $2^{-\frac{\beta L}{2}} < \lambda < \rho$, 故由引理 1 可知, 除有限个 k 外, 均有

$$\Delta(k) \leq \sqrt{p(Lk^2)} 2^{-\frac{\beta(Lk^2)}{2}} \leq \lambda^k, \quad (34)$$

则由式 (30) 和 (34) 可得,

$$\begin{aligned} E^{\frac{1}{2}} \|\delta(k)\|^2 &= E^{\frac{1}{2}} \|\tilde{\delta}_2(k)\|^2 \\ &\leq \rho^{k+1} \|\delta(0)\| + \sqrt{Nd^*} h \rho^k \sum_{j=0}^k \left(\frac{\lambda}{\rho}\right)^j \\ &\leq \rho^{k+1} \|\delta(0)\| + \sqrt{Nd^*} h \rho^k \frac{1}{1 - \frac{\lambda}{\rho}}, \end{aligned} \quad (35)$$

由此可得式 (21).

注4 从式 (20) 可以看出, 当通信时间为常值时, 稳态误差由通信策略参数 L 与 β 决定. 这说明若我们选择足够长的通信时间 L , 或足够快的可靠通信策略, 则可以使稳态误差足够小.

注5 从 (ii) 中可以看出, 若通信时间是无界递增的, 则系统可以实现趋同. 而此处收敛速率 r_{asym} 是由迭代次数所定义的, 与通信时长无关, 而是由 ρ 所确定.

3.4 复杂度分析

从上面的定理我们可以看出, 更长的通信时间可以得到更精确的估计, 但也可能因此需要更久才能达到指定精度的趋同. 因此, 对于指定的趋同误差, 我们需要分析通信的时间复杂度, 从而可以选择适当的通信策略参数来满足实际需求.

将 η -收敛时间定义为

$$\tau(\eta) \triangleq \inf \left\{ t \in \mathbb{N} : \frac{1}{N} E \|\delta(s)\|_2^2 \leq \eta, \forall s \geq t \right\}.$$

由此, 可以定义时间复杂度如下:

$$\mathcal{C}(\eta) = \sum_{k=1}^{\tau(\eta)} \frac{s_k}{\Delta}.$$

通过分析通信策略的时间复杂度, 可以得到如下定理.

定理2 若定理 1 的条件满足, 并令 $\frac{s_k}{\Delta} = Lk^2$, 则时间复杂度

$$\mathcal{C}(\eta) \leq \frac{L}{3} \left[\log \left(\rho \|\delta(0)\| + \sqrt{Nd^*} h \frac{1}{1 - \frac{\lambda}{\rho}} \right) - \frac{1}{2} \log N \eta \right]^3 (\log \rho^{-1})^{-3}. \quad (36)$$

证明 由式 (35) 可得

$$\tau(\eta) \leq \frac{\log \left(\rho \|\delta(0)\| + \sqrt{Nd^*} h \frac{1}{1 - \frac{\lambda}{\rho}} \right) - \frac{1}{2} \log N \eta}{\log \rho^{-1}},$$

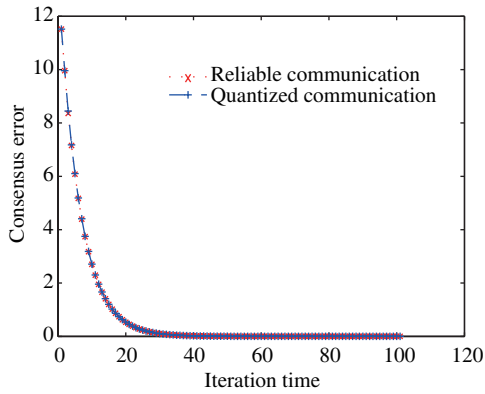


图 1 (网络版彩图) 无噪声信道情形下的趋同误差
 Figure 1 (Color online) Consensus error under noise-free channel

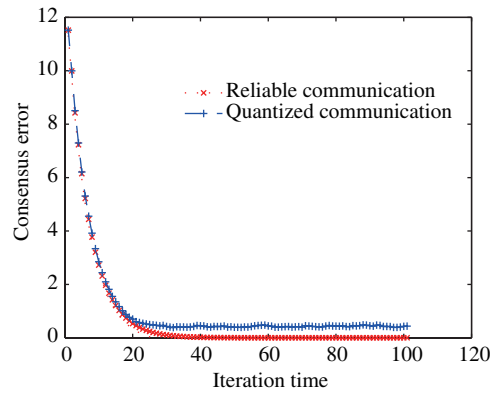


图 2 (网络版彩图) 误码率 $\epsilon = 0.05$ 的 BSC 下的趋同误差
 Figure 2 (Color online) Consensus error under BSC with $\epsilon = 0.05$

因而

$$C(\eta) = \sum_{k=1}^{\tau(\eta)} Lk^2 = \frac{L}{3}(\tau(\eta))^3 \leq \frac{L}{3} \left[\log \left(\rho \|\delta(0)\| + \sqrt{Nd^*} h \frac{1}{1-\frac{\lambda}{\rho}} \right) - \frac{1}{2} \log N\eta \right]^3 (\log \rho^{-1})^{-3}.$$

注6 由上述定理可以看出, 较小的初值 $\|\delta(0)\|$ 、更大的 ρ 或 N 都可能减慢收敛速度. 注意到更大的 d^* 代表更好的网络连通度, 却也可能减慢收敛速度, 这是因为对于每个个体来说, 更多的邻居会导致更多的通信误差. 此外, 若通信时间更长, L 可能会更大而 $\frac{1}{1-\frac{\lambda}{\rho}}$ 会更小, 所以我们可以选取合适的 L 来达到更快的速度.

4 数值模拟

为了比较本文设计的可靠通信策略与一般的量化通信策略下多自主体系统趋同的表现, 我们给出了下面的数值实例.

例1 我们考虑有 3 个自主体的网络, 其中 $a_{ij} = 1, i \neq j$. 初值取为 $x_1(0) = 9, x_2(0) = 7, x_3(0) = -6$. 对于可靠通信策略, 控制增益 h 与重复指数 q 分别取为 0.05 和 1, 令 $L = 1$. 对于量化通信策略, 令 h 与 L 与上面取值相同.

在无噪声信道下, 直观上量化通信应该收敛更快, 而从图 1 可以看出, 只要选取适当的 q , 可靠通信策略下的收敛速度可以与一般的量化通信策略下一样快.

从图 2~4 中可以看出, 可靠通信策略表现得更好: 它的稳态误差是 0, 而量化通信的稳态误差却依赖于 ϵ . 因此, 在数字信道不可靠时, 一般的量化通信策略也并不可靠.

5 结论

本文研究了数字噪声信道下的多自主体系统的分布式趋同问题. 文中假设通信信道为无反馈的 BSC 信道, 通信拓扑为连通无向图. 针对 BSC 的不确定性, 我们提出了动态可靠通信策略, 它包含有

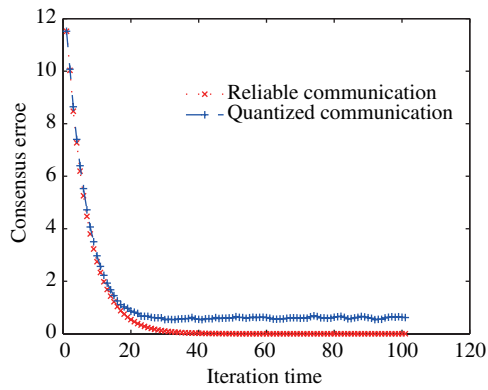


图 3 (网络版彩图) 误码率 $\epsilon = 0.1$ 的 BSC 下的趋同误差

Figure 3 (Color online) Consensus error under BSC with $\epsilon = 0.1$

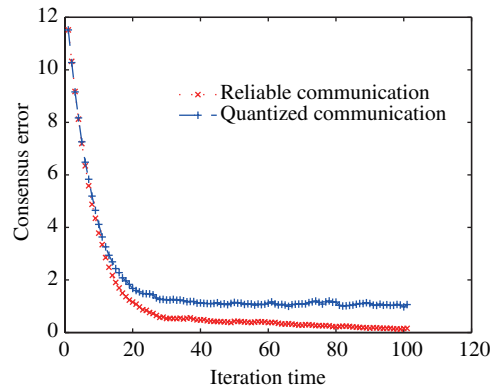


图 4 (网络版彩图) 误码率 $\epsilon = 0.4$ 的 BSC 下的趋同误差

Figure 4 (Color online) consensus error under BSC with $\epsilon = 0.4$

限阶均匀量化器, 树型结构信源编码器及重复信道编解码器, 可以使估计误差一致地收敛于 0, 且收敛速度与状态的分布无关. 基于该通信策略给出的状态估计, 我们给出了分布式控制律, 并证明了在该通信策略及控制律下, 多自主体系统的状态始终关于量化器不饱和, 且可以通过选取足够长的通信时间使系统实现任意精度的趋同, 也可通过选取无界递增的通信时间使系统实现精确趋同. 另外, 我们也给出了时间复杂度与系统及策略参数的关系. 从最后的数值模拟中可看出, 只要选取适当的重复指数, 可靠通信策略下系统趋同的表现比量化通信策略下更好.

本文只考虑了一阶积分器系统, 而对于数字噪声信道下更复杂的系统的趋同性的问题, 尚需进一步研究.

参考文献

- 1 Qu Z. Cooperative Control of Dynamical Systems: Applications to Autonomous Vehicles. Berlin: Springer Science & Business Media, 2009
- 2 Ren W, Cao Y. Distributed Coordination of Multi-Agent Networks: Emergent Problems, Models, and Issues. Berlin: Springer Science & Business Media, 2010
- 3 Olfati Saber R. Flocking for multi-agent dynamic systems: algorithms and theory. IEEE Trans Autom Contr, 2006, 51: 401–420
- 4 Fax J A, Murray R M. Information flow and cooperative control of vehicle formations. IEEE Trans Autom Contr, 2004, 49: 1465–1476
- 5 Lynch N A. Distributed Algorithms. San Francisco: Morgan Kaufmann, 1996
- 6 Ren W, Beard R, Kingston D. Multi-agent Kalman consensus with relative uncertainty. In: Proceedings of the American Control Conference, Portland, 2005. 1865–1870
- 7 Xiao L, Boyd S, Lall S. A scheme for robust distributed sensor fusion based on average consensus. In: Proceedings of the 4th International Symposium on Information Processing in Sensor Networks, Boise, 2005. 63–70
- 8 Li T, Meng Y, Zhang J F. An overview on quantized consensus and consensus with limited data rate of multi-agent systems. Acta Autom Sin, 2013, 39: 1805–1811 [李韬, 孟扬, 张纪峰. 多自主体量化趋同与有限数据率趋同综述. 自动化学报, 2013, 39: 1805–1811]
- 9 Carli R, Fagnani F, Frasca P. Average consensus on networks with transmission noise or quantization. In: Proceedings of European Control Conference, Kos, 2007. 1852–1857
- 10 Carli R, Fagnani F, Frasca P, et al. A probabilistic analysis of the average consensus algorithm with quantized

- communication. In: Proceedings of the 17th International Federation of Automatic Control (IFAC) World Congress, Seoul, 2008. 41: 8062–8067
- 11 Fagnani F, Carli R, Frasca P, et al. Average consensus on networks with quantized communication. *Int J Robust Nonlin Contr*, 2009, 19: 1787–1816
 - 12 Huang M. Stochastic consensus seeking with noisy and directed inter-agent communication: fixed and randomly varying topologies. *IEEE Trans Autom Contr*, 2010, 55: 235–241
 - 13 Li T, Zhang J F. Consensus conditions of multi-agent systems with time-varying topologies and stochastic communication noises. *IEEE Trans Autom Contr*, 2010, 55: 2043–2057
 - 14 Carli R, Fagnani F. Communication constraints in the average consensus problem. *Automatica*, 2008, 44: 671–684
 - 15 Liu S, Li T, Xie L H, et al. Continuous-time and sampled-data-based average consensus with logarithmic quantizers. *Automatica*, 2013, 49: 3329–3336
 - 16 Carli R, Bullo F, Zampieri S. Quantized average consensus via dynamic coding/decoding schemes. *Int J Robust Nonlin Contr*, 2010, 20: 156–175
 - 17 Li T, Min Y F, Xie L H, et al. Distributed consensus with limited communication data rate. *IEEE Trans Autom Contr*, 2011, 56: 279–292
 - 18 You K Y, Xie L H. Network topology and communication data rate for consensusability of discrete-time multi-agent systems. *IEEE Trans Autom Contr*, 2011, 56: 2262–2275
 - 19 Li T, Xie L H. Distributed consensus over digital networks with limited bandwidth and time-varying topologies. *Automatica*, 2011, 47: 2006–2015
 - 20 Zhang Q, Zhang J F. Quantized data based distributed consensus under directed time-varying communication topology. *SIAM J Contr Optim*, 2013, 51: 332–352
 - 21 Liu S, Li T, Xie L H. Distributed consensus for multiagent systems with communication delays and limited data rate. *SIAM J Contr Optim*, 2011, 49: 2239–2262
 - 22 Como G, Fagnani F, Zampieri S. Anytime reliable transmission of real-valued information through digital noisy channels. *SIAM J Contr Optim*, 2010, 48: 3903–3924
 - 23 Carli R, Como G, Fagnani F. Distributed averaging on digital erasure networks. *Automatica*, 2011, 47: 115–121
 - 24 Shirazinia A, Zaidi A, Lei B. Dynamic source-channel coding for estimation and control over binary symmetric channels. *IET Contr Theory Appl*, 2015, 9: 1444–1454
 - 25 Gersho A, Gray R M. *Vector Quantization and Signal Compression*. Berlin: Springer Science & Business Media, 2012
 - 26 Chow Y S, Teicher H. *Probability Theory: Independence, Interchangeability, Martingales*. Berlin: Springer Science & Business Media, 2012

Distributed consensus over digital noisy channel through reliable communications

Zi WANG^{1*}, Qiang ZHANG³ & Jifeng ZHANG^{1,2}

1 *Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;*

2 *School of Mathematical Sciences, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;*

3 *Center for International Economic and Technological Cooperation, Ministry of Industry and Information Technology, Beijing 100846, China*

*E-mail: wangzi14@mails.ucas.ac.cn

Abstract This paper investigates the distributed consensus problem of multi-agent systems over digital noisy channel. In digital networks, noise in digital channel may significantly affect the consensus of the multi-agent system. To overcome the uncertainty of binary erasure channel, dynamic reliable communication schemes are adopted to make sure the real-valued random signal transmitted up to an expected precision. We proposed consensus protocols, under which the quantizer is not saturated and the system is proved to reach consensus if proper communication time is chosen. The complexity of communication is analyzed and a numerical comparison

between reliable communication and quantized communication is presented.

Keywords multiagent systems, distributed control systems, synchronization, quantization, digital communication



Zi WANG was born in 1992. He received his B.S. degree in mathematics from Shandong University, Jinan, in 2014. He is currently working towards his M.S. in system theory from the Institute of Systems Science (ISS), Academy of Mathematics and Systems Science (AMSS), Chinese Academy of Sciences (CAS), Beijing. His research focuses on system modeling and multi-agent systems.



Qiang ZHANG was born in 1985. He received the Ph.D degree from the Institute of Systems Science (ISS), Academy of Mathematics and Systems Science (AMSS), Chinese Academy of Sciences (CAS), Beijing, in 2012. He is now with International Cooperation Center for Economics and Technology, the Ministry of Industry and Information Technology (MIIT), China. His current research interests include complex system, economics and management decision.



systems.

Jifeng ZHANG was born in 1963. He received the Ph.D. degree from Institute of Systems Science (ISS), Chinese Academy of Sciences (CAS) in 1991. Currently, he is the director of ISS and a Guan Zhaozhi chair professor of the Academy of Mathematics and Systems Sciences, Chinese Academy of Sciences (CAS). His current research interests include system modeling, adaptive control, stochastic systems and multi-agent